

5.5.3 積分乘法分圖方法

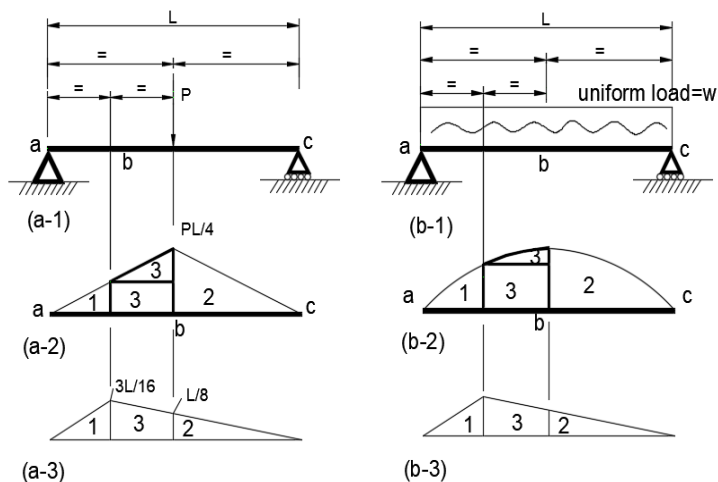


Fig.5-16

若位移所求點如 Fig. 5-16(a-2)(a-3)(b-2)(b-3)之尖點或頂點時，須將 1, 2, 3 分開計算而(a-2)(b-2)“ 3” 的部份，可分成兩個面積分別求相對應形心 (a-3)(b-3)之高 h 。

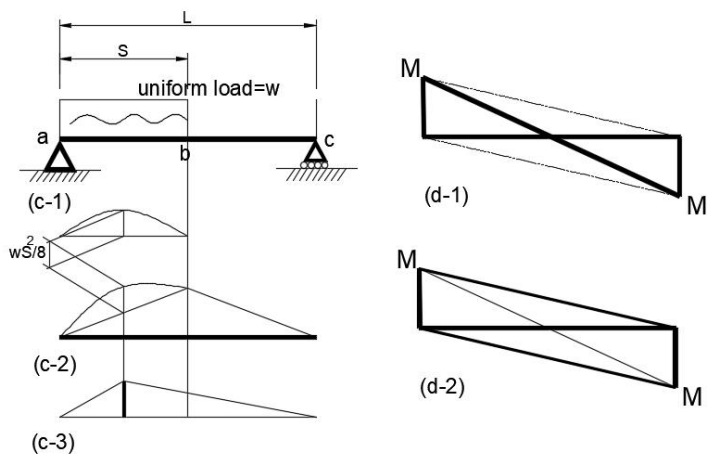


Fig.5-16

若位移所求點如 Fig.5-16(c-3)之尖點時，須將 (c-2) 拋物線面積分別可看成水平計算面積再求相對應形心(c-3)之高 h .

若面積如 Fig.5-16(d-1) 可看成兩個三角形計算如(d-2).

例題 5.5-1

見 Fig. 5-6(a) 以積分乘法求 b 點之 θ & σ

解：

由 Fig. 5-6(b) M 之面積 $A=(PL/2)L$

相對應由 Fig. 5-6(c) M 三角形形心對應之一單位力彎距值高 $h=2/3$

$$1 \Delta = \sum \frac{Ah}{EI}$$

$$\delta = PL^2/2(2L/3)/EI = PL^3/3EI$$

相對應由 Fig. 5-6(d) M 三角形形心對應之一單位力彎距值高 $h=1$

$$\theta = PL^2/2(1)/EI = PL^2/2EI$$

真的是比積分簡單多了

例題 5.5-2

見 Fig. 5-7(a) 求 b 點之 σ

解：

單位力之彎距有尖峰，需分左右兩個三角形計算

M 之面積 $A=(PL/4)(L/2)(1/2)=PL^3/16$

見 Fig. 5-7(b) $h=L/4(2/3)=L/6$

$$\delta = 1 \Delta = \sum \frac{Ah}{EI} = 2(PL^3/16)(L/6)/EI = PL^3/48EI$$

當桿件較多時，乘法會比積分計算較簡便

例題 5.5-3

見 Fig. 3-3(a) 求 b 點之 σ

解:

單位力之彎距有尖峰, 需分左右兩個三角形計算

$$M \text{ 之面積 } A = (wL^2/8) (2/3) (L/2) = wL^3/24$$

$$\text{一單位力彎距值高 } h = (L/4) (1 - 3/8) = 5L/32$$

$$\delta = (wL^3/24) (5L/32) \times 2 = 5wL^4/384EI$$

以 2.10 節

稱結構對半簡化

$$M \text{ 之面積 } A = (wL^2/8) (L/2)$$

$$(2/3) = wL^3/24$$

一單位力彎距值高

$$h = (L/2) (1 - 3/8) = 5L/16$$

$$1 \Delta = \sum \frac{Ah}{EI}$$

$$\delta = (wL^3/24) (5L/16) =$$

$$5wL^4/384EI$$

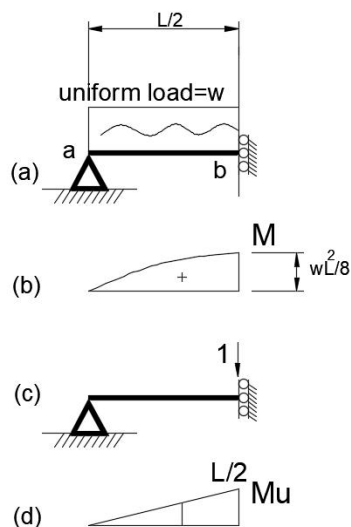


Fig. 5-17

若桿較多對半簡化較快速

對稱是對稱內反力, 知另一半之 M .

例題 5.5-4

見 Fig. 5-16(a-1) 求 b 點之垂直 σ

解：

No.	寬	高	面積 A	h	Ah	remark
1	0.25	0.125	0.0156	0.1250	0.0020	
2	0.50	0.250	0.0625	0.0833	0.0052	
3	0.25	0.125	0.0313	0.1563	0.0049	方形
3	0.25	0.125	0.0156	0.1458	0.0023	三角
				total	0.0143	

$$\delta = 0.0143 PL^3 / EI = 11 PL^3 / 768 EI$$

面積 h

1. $1/4 \times 1/8 / 2 = 1/64 \times (3/16 \times 2/3 = 1/8) = 1/512$
 2. $1/2 \times 1/4 / 2 = 1/16 \times (1/8 \times 2/3 = 1/12) = 1/192$
 3. $1/4 \times 1/8 = 1/32 \times ((3/16 - 1/8) / 2 + 1/8 = 5/32) = 5/1024$
 3. $1/4 \times 1/8 / 2 = 1/64 \times ((3/16 - 1/8) / 3 + 1/8 = 7/48) = \underline{7/3072}$
- 11/768

考試需說明 積分乘法就是 Timoshenko 之 Mechanics of Materials 書中的 Evaluation of Product Integrals 法才能得分, 本人以此法和 5.6 節方法考技師結構拿高分!!